

Adatstruktúrák, algoritmusok vizsga Feladatlap: 7

Név (nyomtatott nagybetűk)	
Név (sajátkezű aláírás)	
NEPTUN kód.....:	
Dátum.....:	
Értékelés.....:	

Elméleti kérdések		
Zárójelben az adható pontszámok. A pontszámok tovább részpontokra nem bonthatók. Max 16 pont :Értékelés: 0-4 elégtelen, 5-6 elégséges, 7-8 közepes, 9-11 jó, 12-16 jeles		
1	Definiálja egy $f(n)$ függvény mester tétel szerinti regularitásának a fogalmát (1)! Bizonyítsa be, hogy a $T(n) = 3 T(n/4) + n \log n$ rekurzív egyenletben az $f(n) = n \log n$ függvény reguláris (1)! Példa a mester tétel alkalmazására: $T(n)=9T(n/3)+n$. A mester tétel szerintinek tűnik az eset. Legyen $a=9$, $b=3$, $f(n)=n$, $p=\log_3 9=2$, a tesztpolinom n^2. Ha $0<\varepsilon<1$, akkor $f(n)=O(n^{2-\varepsilon})$. Teljesülnek a mester tétel 1. pontjának a feltételei, tehát a tételt alkalmazva: $T(n)=\Theta(n^2)$.	
2	Definiálja a prímszám fogalmát (1), valamint a relatív prím fogalmát (1)! Prímszámnak nevezzük azt az 1-nél nagyobb egész számot, amelynek csak az 1 és saját maga az osztója. Az a és b egész számokat relatív prímeknek nevezzük, ha $\text{lnko}(a,b) = 1$.	
3	Fogalmazza meg a legnagyobb közös osztó reprezentációs tételét (1)! Bizonyítsa be a tételt (1)! Ha az a és b egész számok nem mindegyike zérus, akkor a legnagyobb közös osztó megegyezik a két szám pozitív lineáris kombinációinak minimumával. $d^* = \text{lnko}(a,b) = \min_{\substack{s \in L(a,b) \\ s > 0}} s = a * x^* + b * y^* = s^*$	
4	Mennyi a beszűrő rendezés időigénye (1)? Adja meg a pszeudokódot (1)! $T(n) = \Theta(n^2)$	
5	Nevezzen meg egy lineáris idejű rendezési algoritmust (1) ! Mi a futam definíciója külső táras rendezésnél (1) ! Leszámláló rendezés A k hosszúságú futam file-ban - Egy file k szomszédos rekordjából álló részét k hosszúságú futamnak nevezzük, ha benne a rekordkulcsok rendezettek (pl.: növekedő sorrendűek).	
6	Definiálja a foksám fogalmát irányítatlan gráfban (1) és gyökeres fában (1)! A csúcs fokszáma a belőle kiinduló élek száma. x fokszáma gyökeres fában - az x gyerekeinek száma. (A szülő nem számít bele a fokszámba!)	
7	Definiálja a kódfa költségét (1)! Mit nevezünk optimális kódfának (1)?	
8	Definiálja a piros-fekete fa fogalmát (1)! Fogalmazza meg a piros-fekete fa magasságára vonatkozó tételt (lemmát) (1)! A piros-fekete fa olyan bináris keresőfa, melynek minden csúcsa egy extra bit információt tartalmaz (a csúcs színét, amely piros, vagy fekete) és rendelkezik a piros-fekete fa tulajdonságokkal: 1. Minden csúcs színe piros, vagy fekete. 2. Minden levél (NIL) színe fekete, a levél nem tartalmaz kulcsot. 3. Minden piros csúcsnak mindkét fia fekete. 4. Bármely két, azonos csúcsból induló, levélig vezető úton ugyanannyi fekete csúcs van. Bármely n belső csúcsot tartalmazó piros-fekete fa magassága legfeljebb $2 \log(n+1)$	

Megoldandó feladatok

Zárójelben az adható pontszámok. A pontszámok tovább részpontokra nem bonthatók.

Az egyes kérdésekre adott számszerű választ írja be a kérdés sorában a jobbszélső cellába.

Max 8 pont.

Értékelés: 0-2 elégtelen, 3 elégséges, 4 közepes, 5-6 jó, 7-8 jeles

1	Mennyi az $x = 2^{-1} \bmod n$, ha	
	a. $n = 3$ (1) ?	1
	b. Miért nem létezik, ha $n = 4$ (1) ?	2 1
2	Egy tömbben az alábbi kulcsok szerepelnek a tömb elejétől kezdve a megadott sorrendben: 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. A tömb ebben a formában egy bináris maximum kupac tömbös realizációjának tekinthető. A Kupacból_kivesz_max eljárással ürítse ki a tömböt!	
	a. Hány elempárcsere történik a kiürítés során (1)?	9
	b. Az eljárás során az 1-es kulcs a tömb hány rekeszében fordul elő összesen (1)?	9
3	Egy binomiális kupacban van n kulcs. További n kulcsot szúrunk be a kupacba.	
	a. Hogyan változik a kupacban a binomiális fák száma (1) ? (Válasszon betűjelet!) (A) csökken, (B) nem változik, (C) növekszik, (D) nem határozható meg, mivel n nem ismert (E) egyik sem igaz az előzőek közül	B
	b. Mi a helyzet, ha az eredeti kupacban páratlan számú elem van és $\lceil n/2 \rceil$ elemet távolítunk el (1)? (Válasszon betűjelet (A-E)!)	B
4	Kezdetben üres 11 elemű hasító táblába 6 elemet szúrunk be.	
	a. Mennyi lehet a maximális elsődleges klaszterméret maximális értéke (1)?	6
	b. Mennyi lehet a maximális elsődleges klaszterméret minimális értéke (1)?	2